

**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение  
«Средняя общеобразовательная школа №2 с углубленным изучением отдельных предметов»  
города Губкина Белгородской области**

<p align="center"><b>«СОГЛАСОВАНО»</b></p> <p>Заместитель директора по УВР МАОУ «СОШ № 2 с УИОП» г.Губкина Белгородской области</p> <p> Фунтикова Г. Д.</p> <p>« 19 » июня 2020 г.</p>	<p align="center"><b>РЕКОМЕНДОВАНА</b></p> <p>к использованию Педагогическим советом МАОУ «СОШ № 2 с УИОП» г.Губкина Белгородской области</p> <p>Протокол №11 от «29» августа 2020г.</p>	<p align="center"><b>«УТВЕРЖДАЮ»</b></p> <p>Директор МАОУ «СОШ №2 с УИОП» г.Губкина Белгородской области</p> <p> Евсюкова В. Е.</p> <p>Приказ № 367 от «31» августа 2020 г.</p> 
---	--	--

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
по элективному курсу  
**«Замечательные неравенства:  
способы получения и примеры применения»**  
Среднее общее образование: 10 - 11 классы  
(ФГОС)

Срок реализации: 2 года

Составлена на основе: Программы элективного курса С.А.Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» -М. Дрофа, 2007 год.

Составители рабочей программы:  
Кирданова Лариса Алексеевна,  
учитель математики

Губкин  
2020 год

## **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Рабочая программа по элективному курсу «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» для 10 - 11 классов составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта среднего общего образования по математике на профильном уровне, на основе программы элективного курса С. А. Гомонова «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» - М.: Дрофа, 2007год.

Элективный курс «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения», рассчитан на **34 часа в год (1 час в неделю) в 10 классе и 34 часа в год (1 час в неделю) в 11 классе. Итого 68 часов.**

### **ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА: способы получения и примеры применения»**

Рабочая программа обеспечивает достижение планируемых результатов освоения элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения». В результате изучения элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» на уровне среднего общего образования в старшей школе даёт возможность достижения обучающимися следующих результатов:

#### **Личностные универсальные учебные действия**

- Различать основные нравственно-эстетические понятия;
- Оценивать свои и чужие поступки;
- Анализировать и характеризовать эмоциональные состояния и чувства окружающих, строить свои взаимоотношения с их учетом;
- Оценивать ситуации с точки зрения правил поведения и этики;
- Проявлять в конкретных ситуациях доброжелательность, доверие внимательность;
- Выражать положительное отношение к процессу познания;
- Проявлять внимание, удивление, желание больше узнать;
- Оценивать собственную учебную деятельность: свои достижения, самостоятельность, инициативу, ответственность, причины неудач;
- Применять правила делового сотрудничества: сравнивать разные точки зрения; считаться с мнением другого человека; проявлять терпение и доброжелательность в споре, дискуссии, доверие к собеседнику.

#### **Регулятивные универсальные учебные действия**

- Удерживать цель деятельности до получения ее результата;
- Планировать решение учебной задачи;
- Оценивать весомость приводимых доказательств и;
- Корректировать деятельность: вносить изменения в процесс с учетом возникших трудностей и ошибок, намечать способы их устранения;
- Осуществлять итоговый контроль деятельности и пооперационный контроль;
- Оценивать результаты деятельности;
- Анализировать собственную работу;
- Оценивать уровень владения тем или иным учебным действием.

#### **Познавательные универсальные учебные действия**

- Анализировать результаты элементарных исследований, фиксировать их результаты;
- Воспроизводить по памяти информацию, необходимую для решения учебной задачи;
- Применять таблицы, схемы, модели для получения информации;
- Презентовать подготовленную информацию в наглядном и вербальном виде;
- Приводить примеры в качестве доказательства выдвигаемых положений;
- Выполнять учебные задачи, не имеющие однозначного решения.

### **Коммуникативные универсальные учебные действия**

- Воспринимать текст с учетом поставленной учебной задачи, находить в тексте информацию, необходимую для ее решения;
- Сравнить разные виды текста;
- Составлять план текста;
- Оформлять диалогическое высказывание в соответствии с требованиями речевого этикета.

### **В результате изучения элективного курса ученик должен знать/понимать:**

- основные понятия, формулы;
- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках на практике.

уметь:

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы;
- проводить преобразование числовых и буквенных выражений;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразование графиков;
- решать неравенства, используя свойства функций и их графические представления;
- доказывать несложные неравенства, выполнять их преобразование;
- решать неравенства и их системы с применением графических представлений;
- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения, экстремумов функции на отрезке;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: практических расчетов по формулам, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства; описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; решения прикладных задач; построения и исследования простейших математических моделей.

- пользоваться двумя методами исследования функций: аналитическим и алгебраическим;

### **Выпускник должен знать:**

- общие сведения об уравнениях, неравенствах и их системах;
- методы решения неравенств и систем уравнений;
- основные приёмы и методы решения: уравнений и неравенств с модулем и параметрами;

### **Выпускник должен уметь:**

- применять изученные методы и приемы при решении уравнений и неравенств;
- проводить исследования при решении уравнений и неравенств с параметрами.

### **Выпускник должен знать:**

- общие сведения об иррациональных, тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений и неравенств, в том числе с параметрами.
- методы решения основные приёмы иррациональных, тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений и неравенств, в том числе с параметрами.
- и методы решения: уравнений и неравенств с модулем и параметрами; линейных, квадратных уравнений и неравенств с параметрами.
- основные приёмы и методы решения текстовых задач

### **Выпускник должен уметь:**

- применять изученные методы и приемы при решении уравнений и неравенств;
- проводить исследования при решении уравнений и неравенств с параметрами.
- анализировать условие задачи, составлять план ее решения

### **Выпускник научится:**

- свободно оперировать понятиями: уравнение; неравенство; равносильные уравнения и неравенства; уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве; равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем (аналитический и графический метод, метод Гаусса, схема Горнера)
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;

**Выпускник получит возможность научиться:**

- свободно определять тип и выбирать метод решения уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, их систем;
- свободно решать системы уравнений;
- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами, их системы;

**Выпускник научиться:**

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств;

**Выпускник получит возможность научиться:**

- свободно определять тип и выбирать метод решения уравнений и неравенств, их систем;
- свободно решать системы уравнений;
- решать основные типы уравнений и неравенств, их систем.

**Цели предмета в контексте среднего общего образования**

Целью данного курса является изучение избранных классов неравенств с переменными и научное обоснование методов их получения, а также применение изученного теоретического материала при решении неравенств.

Задачи курса:

- закрепление основ знаний о неравенствах и их свойствах;
- расширение представления о неравенствах;
- формирование умений решать неравенства с переменными;
- повышение общей математической культуры;
- развитие логического мышления обучающихся.

**СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА**

Программа элективного курса «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения» рассчитана на два года обучения 10 - 11 классы и содержит следующие темы:

**Часть I. Замечательные неравенства.**

Введение.

Предмет изучения курса. Исторические сведения. Средние величины и неравенство Коши.

**Глава 1. Числовые неравенства и их свойства.**

Понятие положительного и отрицательного действительного числа. Основные законы сложения и умножения действительных чисел. Понятие «больше» для действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Понятие «меньше», «не больше» и «не меньше» для действительных чисел и их свойства. Числовые неравенства. Простейшие свойства числовых неравенств. Монотонность функций и числовые неравенства.

**Глава 2. Основные методы установления истинности числовых неравенств.**

Сравнение двух чисел – значений числовых выражений «по определению», путем сравнения их отношения с 1, путем сравнения их степеней, путем сравнения их с промежуточными числами, метод введения вспомогательной функции, метод использования «замечательных» неравенств.

### **Глава 3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения.**

Неравенства с параметрами. Неравенство-следствие. Равносильные неравенства. Равносильные задачи на доказательство или опровержение неравенств. Методы установления истинности неравенств с переменными: метод «от противного», метод анализа, метод синтеза, метод усиления и ослабления, метод подстановки, метод использования тождеств, метод введения вспомогательных функций, метод уменьшения или увеличения числа переменных, метод понижения степени выражений, образующих левую или правую части неравенства, метод интерпретаций или моделей.

### **Глава 4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.**

Индукция в математике и вообще. Система аксиом Дж. Пеано. Схема применения принципа математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции. 2 теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения разности или отношения двух соседних членов одной последовательности с разностью или отношением двух членов другой последовательности. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Функциональное доказательство неравенства Коши. Некоторые неравенства, эквивалентные неравенству Коши.

### **Глава 5. Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач.**

Теорема, устанавливающая соотношение Коши-Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства. Геометрическая интерпретация неравенства Коши-Буняковского. Векторный вариант записи этого неравенства.

### **Глава 6. Неравенства подсказывают методы их обоснования.**

- а) Метод Штурма. Примеры.
- б) Использование симметричности, однородности, цикличности левой и правой частей неравенства.
- в) Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника. Условные тождества.

### **Часть II. Средние величины: их свойства и применение.**

#### **Глава 7. Средние степенные величины: свойства, происхождение и применение.**

- А) Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое и соотношение между ними в случае двух параметров. Геометрическая интерпретация. 4 средние линии трапеции.
- Б) Среднее арифметико-геометрическое Гаусса и среднее арифметико-гармоническое, их существование и свойства.
- В) Симметричные средние. Теорема Мюрхеда. Круговые неравенства и методы их доказательства.
- Г) Среднее арифметическое взвешенное и его свойства. Координаты центра масс конечной системы материальных точек.
- Д) Средние степенные и средние взвешенные степенные и их свойства. Вывод неравенства Коши-Буняковского с помощью тождества Лагранжа.

#### **Глава 8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.**

Введение. Исторический экскурс. П. Л. Чебышев и его научное наследие.

- А) Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной последовательности. Одномонотонная последовательность как результат обобщения понятия монотонных последовательностей и обнаружения некоторой «симметричности» выражений, составляющих левую и правую части неравенства Чебышева.
- Б) Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши-Буняковского.

#### **Глава 9. Генераторы замечательных неравенств.**

Основные способы получения замечательных неравенств.

- А) Свойства квадратичной функции – источник простейших неравенств. 3 доказательства неравенства Коши-Буняковского. Сходства и различия.

Б) Неравенство треугольника.

В) Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств:

1. Свойства двучленных и трехчленных одномонотонных последовательностей. Свертка двух последовательностей.

2. Свойства одномонотонных последовательностей произвольной длины и их применение

3. Одномонотонность нескольких последовательностей, их свойства и применения.

4. Обобщения. Итоги. Применение изученных понятий и их свойств к получению новых замечательных неравенств. Неравенства, обобщающие одновременно и неравенство Коши-Буняковского, и неравенство Чебышева.

Г) Неравенство Иенсона. Историческая справка. Краткий обзор результатов. Выпуклый анализ – раздел современной математики.

1. Свойства центра масс конечной системы материальных точек.

2. Выпуклые фигуры и выпуклые функции. Надграфик и подграфик функции Неравенство Иенсона и его доказательство. Простейшие примеры применения. Теорема о связи свойств выпуклости надграфика или подграфика функции с ее выпуклостью или вогнутостью.

3. Выпуклость фигур и свойства центра масс конечной системы материальных точек.

4. Исследование функций на выпуклость и вогнутость средствами математического анализа Неравенство Коши-Гельдера и неравенство Минковского.

Достаточные условия вогнутости и выпуклости функции, заданной на указанном промежутке, в терминах ее производных первого и второго порядка. Примеры функций, чья выпуклость или вогнутость устанавливается выше указанными теоремами. Конкретные виды неравенства Иенсона, порожденные функциями из таблицы. Неравенство Коши-Гельдера. Неравенство Минковского и другие примеры.

#### **Глава 10. Применение неравенств.**

Задача Дидоны (упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию. Поиск наибольшего и наименьшего значений функций с помощью замечательных неравенств.

### **ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ, ОСНОВНЫХ ВИДОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

В основу организации учебных занятий и основных видов деятельности учащихся положен системно-деятельностный подход, позволяющий формировать у обучающихся универсальные учебные действия. В качестве основных используются проблемные методы обучения: частично-поисковый, исследовательский.

Приоритетными формами и методами работы с обучающимися являются: проектная работа, фронтальная работа, работа в малых группах (2-3 человека), исследовательская деятельность, информационно-поисковая деятельность (работа с дополнительными источниками информации: энциклопедиями, справочниками, словарями, научно-популярной литературой, ресурсами Internet), предусмотрено проведение видео-уроков.

Все выше перечисленные технологии также рассчитаны и для обучения учащихся с ОВЗ.

### **ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА: способы получения и примеры применения»**

#### **С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА ЧАСОВ, ОТВОДИМЫХ НА ОСВОЕНИЕ КАЖДОЙ ТЕМЫ 10 класс**

<b>№ п/п</b>	<b>Содержание учебного материала. Тема урока.</b>	<b>Кол-во часов по теме</b>
<b>Часть 1. Замечательные неравенства.</b>		
	<b>Глава 1. Числовые неравенства и их свойства</b>	<b>2</b>

1	Некоторые понятия и свойства, считающиеся известными. Понятия «больше» и «меньше» для действительных чисел. Числовые неравенства.	1
2	Простейшие свойства числовых неравенств.	1
<b>Глава 2. Основные методы установления истинности числовых неравенств, или как узнать, "что больше?"</b>		<b>5</b>
3	Сравнение двух действительных чисел (заданных как значения числовых выражений) «по определению» .	1
4	Сравнение двух положительных действительных чисел путем сравнения с единицей их отношения.	1
5	Метод сравнения двух чисел с помощью нахождения "промежуточного" для них числа (метод оценок "сверху" и "снизу")	1
6	Метод применения замечательных неравенств.	1
7	Решение задач, иллюстрирующие перечисленные выше методы и не только их.	1
<b>Глава 3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенства с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение</b>		<b>9</b>
8	Понятие неравенства с переменными и его решения. Неравенство-следствие.	1
9	Равносильные неравенства. Опровержимые неравенства.	2
10	Основные методы решения задач на установление истинности неравенства с переменными.	2
11	Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения.	2
12	Решение задач на доказательство неравенств с переменными.	2
<b>Глава 4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.</b>		<b>5</b>
13	Метод перебора всех вариантов ("полная индукция") и метод математической индукции. Система аксиом Джузеппе Пеано.	1
14	Схема применения принципа (аксиомы) математической индукции и некоторые модификации принципа математической индукции.	1
15	Теоремы о сравнениях соответствующих членов двух последовательностей.	1
16	Неравенство Коши для произвольного числа переменных и его применение.	1
17	Решение задач.	1
<b>Глава 5. Неравенство Коши-Буняковского и его применение к решению задач.</b>		<b>3</b>
18	Неравенство Коши-Буняковского. Тождество Лагранжа.	1
19	Векторный вариант записи неравенства Коши-Буняковского и тригонометрические подстановки.	1
20	Решение задач с применением неравенства Коши-Буняковского.	1
<b>Глава 6. Неравенства подсказывают методы их обоснования</b>		<b>7</b>
21	Метод Штурма: метод выравнивания значений переменных.	1
22	Метод раздвигания значений переменных.	1
23	Использование свойств симметричности, однородности и цикличности левой и правой частей неравенства.	2

24	Геометрические неравенства, устанавливаемые с применением соотношений между длинами сторон треугольника.	2
25	Условные тождества и условные неравенства.	1
<b>Часть 2. Средние величины и соотношения между ними. Глава7.Средние величины: свойства, происхождение и применение.</b>		<b>2</b>
26	Среднее арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое в случае двух и большего числа параметров.	1
27	Соотношения между средними величинами.	1
32	<b>Итоговый урок.</b>	<b>1</b>
	<b>Итого</b>	<b>34</b>

### 11 класс

№ п/п	Содержание учебного материала. Тема урока.	Кол-во часов по теме
<b>Глава7. Средние величины: свойства, происхождение и применение. (продолжение)</b>		<b>7</b>
1	Геометрические интерпретации. Четыре средних линии трапеции.	1
2	Среднее арифметико-геометрическое Гаусса и среднее арифметико-гармоническое.	1
3	Симметрическое средние. Теорема Мюрхеда. Круговые неравенства, методы их доказательства и опровержения.	1
4	Среднее арифметическое взвешенное и его свойства.	1
5	Средние степенные, их свойства и применение.	1
6	Средние взвешенные степенные, их свойства и применение.	1
7	Решение задач	1
<b>Глава 8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения</b>		<b>3</b>
8	Неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения.	1
9	Обобщения неравенств Чебышева и Коши-Буняковского.	1
10	Решение задач	1
<b>Глава 9. Генераторы замечательных неравенств §1.Мы с ними уже встречались</b>		<b>9 3</b>
11	Линейная и квадратичная функция и неравенства с переменными.	1
12	Неравенства геометрического происхождения.	1
13	Неравенства и определенный интеграл, методы трапеций и треугольников. Неравенство Юнга.	1
<b>§2. Свойства одномонотонных последовательностей–источник замечательных неравенств</b>		<b>6</b>
14	Свертка двух одномонотонных последовательностей.	1
15	Свойства одномонотонных последовательностей и их свертки.	1
16	Решение задач.	1
17	Доказательство неравенства Чебышева.	1

18	Одномонотонность конечного числа последовательностей, их свертка и свойства.	1
19	Решение задачи доказательство теорем.	1
<b>§3. Неравенство Иенсона.</b>		<b>10</b>
20	Центр масс конечной системы материальных точек, его свойства. Выпуклые множества.	1
21	Наглядно-геометрическое получение неравенства .	1
22	Надграфик и подграфик функции, заданной на промежутке.	1
23	Понятия выпуклой и вогнутой функции на промежутке.	1
24	Неравенство Иенсона.	1
25	Достаточные условия выпуклости и вогнутости функций на промежутке.	1
26	Неравенство Коши-Гельдера. Неравенство Минковского.	1
27	Примеры применения неравенства Иенсона.	1
28	<b>Защита докладов, рефератов, проектов</b>	2
<b>Глава 10. Применение неравенств</b>		<b>4</b>
29	Неравенства в финансовой математике, статистике и экономике.	1
30	Задача Дидоны и другие задачи на оптимизацию.	1
31	Решение задач на максимум и минимум с помощью замечательных неравенств. Замечательные неравенства в заданиях математических олимпиад.	1
32	Теоремы о постоянной сумме и постоянном произведении.	1
33	<b>Итоговый урок.</b>	<b>1</b>
	<b>Итого</b>	<b>34</b>